

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

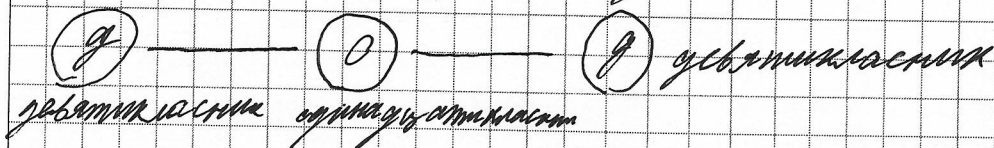
Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

| | | | |
|------------------|-----------------|-----------------|------------------|
| Задача <u>№1</u> | Лист <u>1/1</u> | Класс <u>9Б</u> | Шифр <u>9-15</u> |
|------------------|-----------------|-----------------|------------------|

Заметим, что в ряду не может стоять 32 и больше девятиклассников. Действительно, пусть в ряду стоят x девятиклассников, и y одиннадцатиклассников, тогда в ряду стоят $(47 - x)$ учеников не являющихся девятиклассниками, одиннадцатиклассников не может быть больше этого числа, т.е.:

$y \leq 47 - x$, с другой стороны одиннадцатиклассник не может стоять с более чем двумя девятиклассниками:



Тогда если девятиклассников будет больше $2y$ (y - одиннадцатиклассники) по принципу Дирихле найдется один одиннадцатиклассник с которым даются стоять 3 девятиклассника, что невозможно т.е.

$$x \leq 2y, \text{ Понятно что } x \geq 32;$$

$$47 - x \leq 15 \text{ т.е.}$$

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»
Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

| | | | | | |
|------------------|-------------------|-------|-----------|------|---------------|
| Задача <u>№2</u> | Лист <u>1 / 1</u> | Класс | <u>96</u> | Шифр | <u>9 - 15</u> |
|------------------|-------------------|-------|-----------|------|---------------|

Введем обозначения: v - скорость катера в стоячей воде, v_r - скорость течения реки; $t_{он}$ - время затопления катером на весь путь с учетом возвращения катера в пункт А; $t_{пв}$ - время через которое катер оказался на середине реки; $t_{па}$ - время которое потребовалось катеру, чтобы вернуться в пункт А; $t_{в}$ - время за которое катер поплыл из А в В; $t_{ов}$ - время за которое катер успел бы поплыть в пункт В без учета возвращения в А. Из физических соображений:

$$\begin{cases} t_{он} = t_{пв} + t_{па} + t_{в} \\ t_{ов} = t_{в} \text{ по условию} \end{cases}$$

$\frac{t_{он}}{t_{ов}} = 2,25$, заметим, что скорость из А в В по

реке $v_{AB} = v_r + v$, а из В в А скорость

$v_{BA} = v - v_r$. Если S - расстояние от А в В, то

$$t_{пв} = \frac{S}{2v_{AB}}; \quad t_{в} = \frac{S}{v_{AB}} \quad \text{т.е.}$$

75

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»
Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

| | | | | | |
|------------------|-------------------|-------|-----------|------|---------------|
| Задача <u>№3</u> | Лист <u>1 / 1</u> | Класс | <u>96</u> | Шифр | <u>9 - 15</u> |
|------------------|-------------------|-------|-----------|------|---------------|

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{y+x}{xy} = \frac{1}{15}$$

$$xy = 15(x+y)$$

$$xy - 15x - 15y = 0$$

$$xy - 15x - 15y + 225 = 225, \text{ замечаем, что}$$

$$xy - 15x - 15y + 225 = (x-15)(y-15) \text{ т.е.}$$

$$(x-15)(y-15) = 225 \text{ т.к.}$$

$$x \leq y$$

$$x-15 \leq y-15 \text{ т.к. } y, x \in \mathbb{N}, \text{ то}$$

$(x-15, y-15) \in \mathbb{N}$ и нам нужно найти все варианты числа 225 это

1; 3; 5; 9; 15; 25; 45; 75; 225 и т.к. $x-15 \leq y-15$,

$x-15$ может равняться 1; 3; 5; 9; 15

$y-15$ может равняться 225; 75; 45; 25; 15,

x может равняться 16; 18; 20; 24; 30

y может равняться 240; 90; 60; 40; 30 т.е

(x, y) может принимать значения

$(16, 240); (18, 90); (20, 60); (24, 40); (30, 30)$

75

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача №4

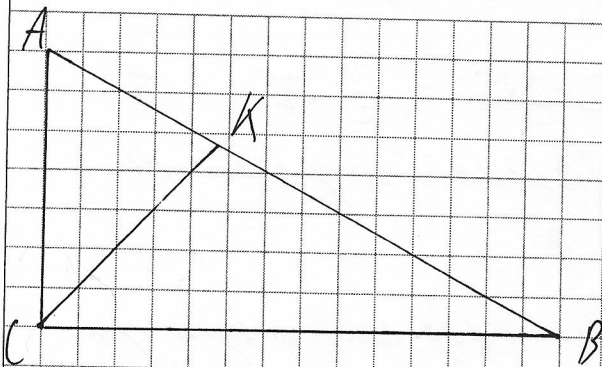
Лист 1 / 1

Класс

9 Б

Шифр

9 - 15



Дано: $S_{\triangle ABC} = 18$; CK - биссектриса; $CK = 4$;

$\angle C = 90^\circ$

Найти: $P_{\triangle ABC}$ - ?

75

Решение: с одной стороны $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB$ т.е.

$$\frac{1}{2} AC \cdot CB = 18$$

$AC \cdot CB = 36$ с другой $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACK} + S_{\triangle CBK}$,

т.к. CK - биссектриса $\angle ACK \neq \angle KCB$, но

$\angle ACK + \angle KCB = \angle C = 90^\circ$ т.е. $\angle ACK = \angle KCB = 45^\circ$

$$S_{\triangle ACK} = \frac{1}{2} AC \cdot CK \cdot \sin \angle ACK; S_{\triangle CBK} = \frac{1}{2} CK \cdot CB \cdot \sin \angle KCB$$

$$S_{\triangle ACB} = \frac{1}{2} \sin 45^\circ \cdot CK (AC + CB)$$

$$\frac{1}{2} \sin 45^\circ \cdot 4 (AC + CB) = 18$$

$$CB + AC = \frac{9}{\sin 45^\circ} = 9\sqrt{2} \quad \text{т.к.} \quad \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Пусть $AC = x$; $CB = y$.

$$\begin{cases} xy = 36 \\ x + y = 9\sqrt{2} \end{cases} \quad \text{Мы перепишем второе уравнение:}$$

$x = 9\sqrt{2} - y$ и подставим в первое

$$y(9\sqrt{2} - y) = 36$$

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»
Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

| | | | |
|------------------|-------------------|------------------|--------------------|
| Задача <u>15</u> | Лист <u>1 / 2</u> | Класс <u>9 Б</u> | Шифр <u>9 - 15</u> |
|------------------|-------------------|------------------|--------------------|

Предположим, что Мама сама конкурентка 75
несколько лет, преобразовала все барманты и
это как-то лет удвоилось в условиях
задачи (минимумом), но в два каких
года она была конкуренткой одним способом
(этих годов когда Мама сама на бумаге
конкретно может быть есть угроза много)
когда мы можем рассмотреть максимум
лет, так же, что мы в какие два года
Мама не была конкуренткой или конкурент, но
в этом множестве есть все преобразованные
свойства конкурентки (из двух лет в первом
в множество наименьший год она является
конкуренткой) тогда число элементов в множе-
стве будет меньше, чем первоначально число
лет, которое Мама сама конкурентка не.
Умножив на два как-то лет было не минимумом
лет. Мы получили угрозу не, из чего
мы в какие два года Мама не была
конкуренткой или конкуренткой. В первом году

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»
Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

| | | | |
|------------------|-------------------|-----------------|--------------------|
| Задача <u>15</u> | Лист <u>2 / 2</u> | Класс <u>9Б</u> | Шифр <u>9 - 15</u> |
|------------------|-------------------|-----------------|--------------------|

Их сумма кол-во равно их сумме т.е.

$$1+7+15+10+1 = 22+12 = 34. \text{ Значит если сумма}$$

матери соответствует сумме тогда это

всё займёт 34 года первую половину

Мама была в 10 лет, а вторая в 11 лет, а

34 - год в 43 года. Ответ на задачу

~~ответ: 43 года маме было 43 лет~~

Т.к. если по "Сколько лет..."

вот так, "Какого возраста будет мама

на момент когда она перевернет все

матери состав хрупким ответом будет

43, а если написать в виде "Х на какой

день рождения Мама сможет сказать:

"Я переверну все способы вв-ств ^{11.11} конспект

ответ будет 44 Т.к. она перевернет все

матери (состав материнскую группу)

каждый) только через несколько дней после

ее 43-ого дня рождения (если Мама

через 9 дней), а на сам 43 день рождения

Мама не сможет так сказать Ответ: 43 лет

44 года в зависимости от того как считать

$$y \leq 47 - x \leq 15 \quad \text{и}$$

$y \leq 15$, но тогда

$$2y \leq 30 \quad \text{но т.к. } x \geq 32, \text{ имеем}$$

$x > 2y$, что невозможно т.е. мы получили

противоречие и $x < 32$. Пример, где $x = 31$:

$$\textcircled{0} - \textcircled{9} - \textcircled{9} - \textcircled{0} - \textcircled{9} - \textcircled{9} - \dots - \textcircled{0} - \textcircled{9}$$

Если разбить эту расстановку на тройки

$$\textcircled{0} - \textcircled{9} - \textcircled{9}, \text{ то в каждой из этих}$$

троек по 2 девятки и одна ноль, всего

полных троек $\frac{15}{2}$ и еще одна неполная

в конце: $\textcircled{0} - \textcircled{9}$, где 1 девятка и одна ноль.

т.е. всего $2 \cdot \frac{15}{2} + 1 = 31$ девятка и одна ноль т.е.

$$6 \leq x \leq 31, \quad \text{и } x \in \mathbb{N}$$

Ответ: все натуральные x , что $6 \leq x \leq 31$, и $x \in \mathbb{N}$.

$$t_{\text{пБ}} = \frac{1}{2} t_{\text{Б}} \text{ и}$$

$$t_{\text{оН}} = 1,5 t_{\text{Б}} + t_{\text{пА}}, \text{ тогда}$$

$$\frac{t_{\text{оН}}}{t_{\text{оЗ}}} = \frac{1,5 t_{\text{Б}} + t_{\text{пА}}}{t_{\text{Б}}} = 1,5 + \frac{t_{\text{пА}}}{t_{\text{Б}}} = 2,25 \text{ т.с.}$$

$$1,5 + \frac{t_{\text{пА}}}{t_{\text{Б}}} = 2,25$$

$$\frac{t_{\text{пА}}}{t_{\text{Б}}} = 0,75 \text{ т.с.}$$

$$t_{\text{пА}} = \frac{S}{2 v_{\text{БА}}} = \frac{S}{2(v - v_{\text{п}})}; t_{\text{п}} = \frac{S}{v_{\text{БААБ}}} = \frac{S}{v + v_{\text{п}}}$$

$$\frac{t_{\text{пА}}}{t_{\text{Б}}} = \frac{S}{2 v_{\text{БА}}} \cdot \frac{v_{\text{БА}}}{S} = \frac{v + v_{\text{п}}}{2(v - v_{\text{п}})} = 0,75$$

$$\frac{v + v_{\text{п}}}{2(v - v_{\text{п}})} = 0,75$$

$$\frac{v + v_{\text{п}}}{v - v_{\text{п}}} = 1,5$$

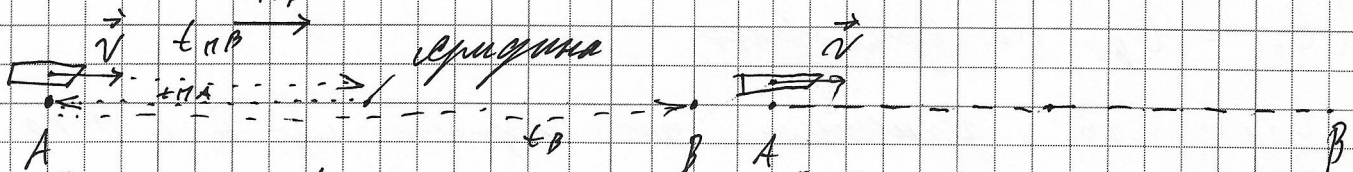
$$v + v_{\text{п}} = 1,5v - 1,5v_{\text{п}}$$

$$2,5v_{\text{п}} = 0,5v$$

$$\frac{v}{v_{\text{п}}} = \frac{2,5}{0,5}$$

$$\frac{v}{v_{\text{п}}} = 5, \text{ значит, если нас просят найти } \frac{v}{v_{\text{п}}} \text{ т.с.}$$

$$\text{Ответ: } \frac{v}{v_{\text{п}}} = 5.$$



Всё время $t_{\text{оН}}$

Всё время $t_{\text{оЗ}}$

Решение: на рисунке показаны различные моменты времени, но это не влияет на результат.

Problem: $(16; 240); (18; 90); (20; \overset{6}{\cancel{80}}); (24; 40);$
 $(30; 30).$

$$-y^2 + 9\sqrt{2}y = 36$$

$$y^2 - 9\sqrt{2}y + 36 = 0 \quad \text{— квадратное уравнение с}$$

$$a=1; b=-9\sqrt{2}; c=36$$

$$D = b^2 - 4ac = (-9\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 36 \cdot 1 = 162 - 144 = 18 \quad \text{— } D > 0$$

два действительных корня

$$y_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{9\sqrt{2} + \sqrt{18}}{2} = \frac{9\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{2} = \frac{12}{2}\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$y_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{9\sqrt{2} - \sqrt{18}}{2} = \frac{9\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{2} = \frac{6}{2}\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$x_1 = 3\sqrt{2}$; $x_2 = 6\sqrt{2}$ т.к. большая сторона не
указана пусть $AC \leq CB$ и

$x = 3\sqrt{2}$; $y = 6\sqrt{2}$ тогда не выполним неравенство
 $AC^2 \leq CB^2 = AC^2$

$$AC = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{18 + 72} = \sqrt{90} \quad \text{т.к.}$$

$$P = AC + BC + AB = \sqrt{90} + 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = \sqrt{45} \cdot \sqrt{2} + 9\sqrt{2} = \\ = \sqrt{2}(\sqrt{45} + 9)$$

$$\text{Ответ: } P = \sqrt{2}(\sqrt{45} + 9).$$

наименьшее число способов разложить 8 конгрессов
 на несколько групп, так, чтобы в каждой
 было не больше 2 конгрессов, и не было пустых
 групп. Минимальное число групп — 8 т.к.
 если их больше 8, то по принципу Дирихле
 в одной из групп будет хотя бы один конгресс
 больше 2. Минимальное число групп — 4 т.к.
 если их меньше 4, то по принципу Дирихле
 в одной из групп будет хотя бы один конгресс
 больше 2. Если групп 8, то это только
 одна группа.

$0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0$, где 0 — конгресс

1 — разделение групп групп. Если групп меньше
 8 (например 6) можно выделить 2 группы
 и так представлять это 6 групп

одна группа конгрессов пока zero у нас группа
 $\binom{8-6}{6}$ способов выделить 2 группы и
 разместить в них по две конгресса, для
 8 групп группа $\binom{8-4}{4}$ способов т.е.

8 групп 1 способ $(\binom{0}{8})$ $\binom{0}{8} = \frac{8!}{0! 8!} = 1$

7 групп 7 способов $(\binom{1}{4})$ $\binom{1}{4} = \frac{4!}{0! 1!} = 4$

6 групп 15 способов $(\binom{2}{6})$ $\binom{2}{6} = \frac{6!}{4! 2!} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$

5 групп 10 способов $(\binom{3}{5})$ $\binom{3}{5} = \frac{5!}{2! 3!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$

4 группы 1 способ $(\binom{4}{4})$ $\binom{4}{4} = \frac{4!}{4! 0!} = 1$

Так как все эти варианты уже рассмотрены