

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»  
Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняется

Задача <u>1</u>	Лист <u>1</u> / <u>1</u>	Класс	11, "А"	Шифр	<u>11-07</u>
-----------------	--------------------------	-------	---------	------	--------------

$n$  - натуральное двузначное число

75

Пусть  $1 + 2 + 3 + \dots + n = x$ ,

$1 + 2 + 3 + \dots + n + n + 1 = y$ , где  $x$  и  $y$  натуральные числа

$$\begin{cases} 1 + 2 + 3 + \dots + n + n + 1 = y \\ 1 + 2 + 3 + \dots + n = x \end{cases}$$

$$n + 1 = y - x$$

$$n = y - x - 1$$

Чтобы  $x$  и  $y$  заканчивались на одну цифру, необходимо, чтобы  $(y - x) \div 10$

1) П.к.  $n$  должен быть  $\geq 10$ . Пусть  $y - x = 10$

( $y - x > 0$ , т.к.  $y > x$ , получим что  $y = x + n + 1$ , где  $x, n, y$  - nat. числа)

Тогда  $n = 10 - 1 = 9$  - однозначное число, не удовлетворяет условию

2) Тогда пусть  $y - x = 20 \Rightarrow$

$$n = 20 - 1 = 19 \text{ - двузначное число}$$

Проверка:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 19 = 190 \text{ - не заканчивается на } 5,$$

не удовлетворяет условию.

3) Тогда пусть  $y - x = 30 \Rightarrow$



Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняется

Задача <u>2</u>	Лист <u>1 / 1</u>	Класс	11, "А"	Шифр	<u>11-07</u>
-----------------	-------------------	-------	---------	------	--------------

Чтобы последнее число, оставшееся на доске было наибольшим, на 2021 ходу нужно из наибольшего числа вычесть наименьшее. Тогда каждый ход мы будем отнимать из 1 другое число, кроме 2022. Тогда после 2020 хода на доске будет:

$$|1-2-3-4-5-\dots-2021|; 2022$$

На 2021 ходу вычтем из 2022 второе число:

$$2022 - (1-2-3-4-5-\dots-2021) = \\ = 2022 + 2021 + 2020 + \dots + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

То есть на доске останется сумма чисел от 2 до 2022, плюс 1. Это наибольшее число, которое можно получить.

05



Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи «шифр» участниками не заполняются

Задача <u>3</u>	Лист <u>1 / 1</u>	Класс	<u>11, А</u>	Шифр	<u>11 - 07</u>
-----------------	-------------------	-------	--------------	------	----------------

55

$$\arcsin(xy) > 0$$

$$\arcsin(xy) > \arcsin 0$$

$$xy > 0$$

$$\sin(\arcsin(xy)) = xy \Rightarrow \sin(\arcsin(xy)) = xy \Rightarrow$$

$$-1 < xy < 1, \text{ т.к. } -1 < \sin d < 1$$

Погда

$$\begin{cases} xy > 0 \\ xy > -1 \\ xy < 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} xy > 0 \\ xy < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy > 0 & (\text{когда } x > 0, y > 0 \text{ или } x < 0, y < 0, \text{ тогда } xy > 0) \\ y \leq \frac{1}{x}, x > 0 \\ y \geq \frac{1}{x}, x < 0 \end{cases}$$

$A(x, y)$  не может лежать во II и IV четвертях и на осях координат, т.к.  $xy > 0$

$A(x, y)$  не может лежать на графике  $y = \frac{1}{x}$ , т.к.  $xy < 1$

↓



Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»  
Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

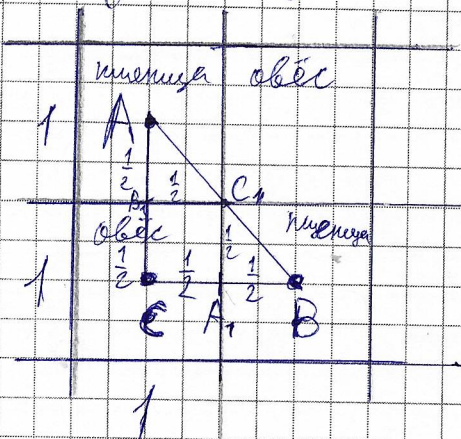
Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача <u>4</u>	Лист <u>1</u> / <u>1</u>	Класс	<u>11, А</u>	Шифр	<u>11-07</u>
-----------------	--------------------------	-------	--------------	------	--------------

Возьмём минимальную возможную огороженную площадь, соединив 3 колышка. 45



$$S_{\text{овёс}} = B_1C \cdot A_1C = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$S_{\text{пшеница}} = S_{AB_1C} + S_{A_1C_1B} = \frac{1}{2} AB_1 \cdot B_1C_1 + \frac{1}{2} A_1B \cdot A_1C_1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

Раз в минимальном огороженном участке площади овса и пшеницы равны, то на любом огороженном

участке  $S_{\text{овёс}} = S_{\text{пшеница}}$ , т.к. любой участок состоит из подобных минимальных участков.



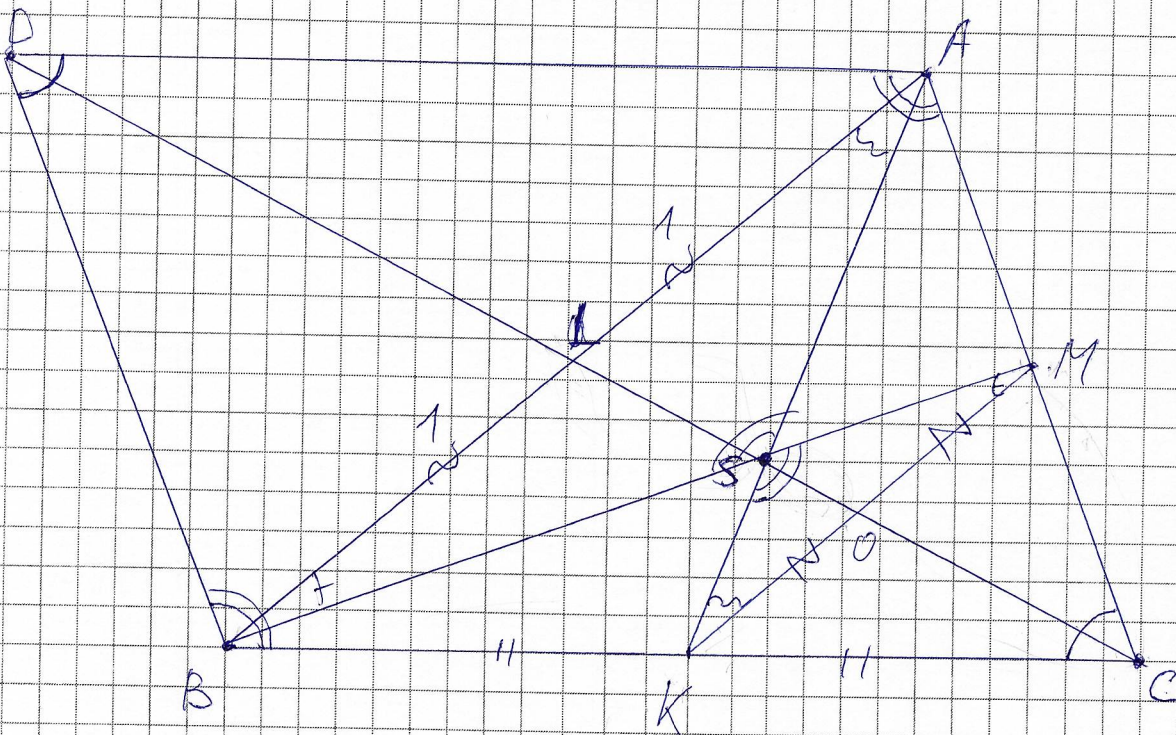
Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»  
Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача <u>5</u>	Лист <u>1 / 1</u>	Класс	11	Шифр	<u>11-07</u>
-----------------	-------------------	-------	----	------	--------------



25

$KSMC$  - вписанный четырехугольник  $\Rightarrow$

$$\angle KSM + \angle KCM = 180^\circ$$

$$\angle SKC + \angle SMC = 180^\circ$$

Докажем  $ABC$  до параллелограмма, тогда  $CL$  - половина диагонали  $ABCD$ , медиана  $AB$

Пусть  $OS = x$ , тогда  $LS = 2x$ , тк

$\triangle ABS \sim \triangle KMS$  (по 3-м  $\angle$ , т.к.  $BA \parallel MK$ , т.к.  $MK$  - ср. линия)

$$K = \frac{AB}{MK} = 2$$

$SC = 2LS = 4x$ , тк.  $LC$  - медиана,  $S$  - точка пер. медиан

$$CL = 6x; DC = 2CL = 12x$$



$n = 30 - 1 = 29$  - двузначное число

Проверка

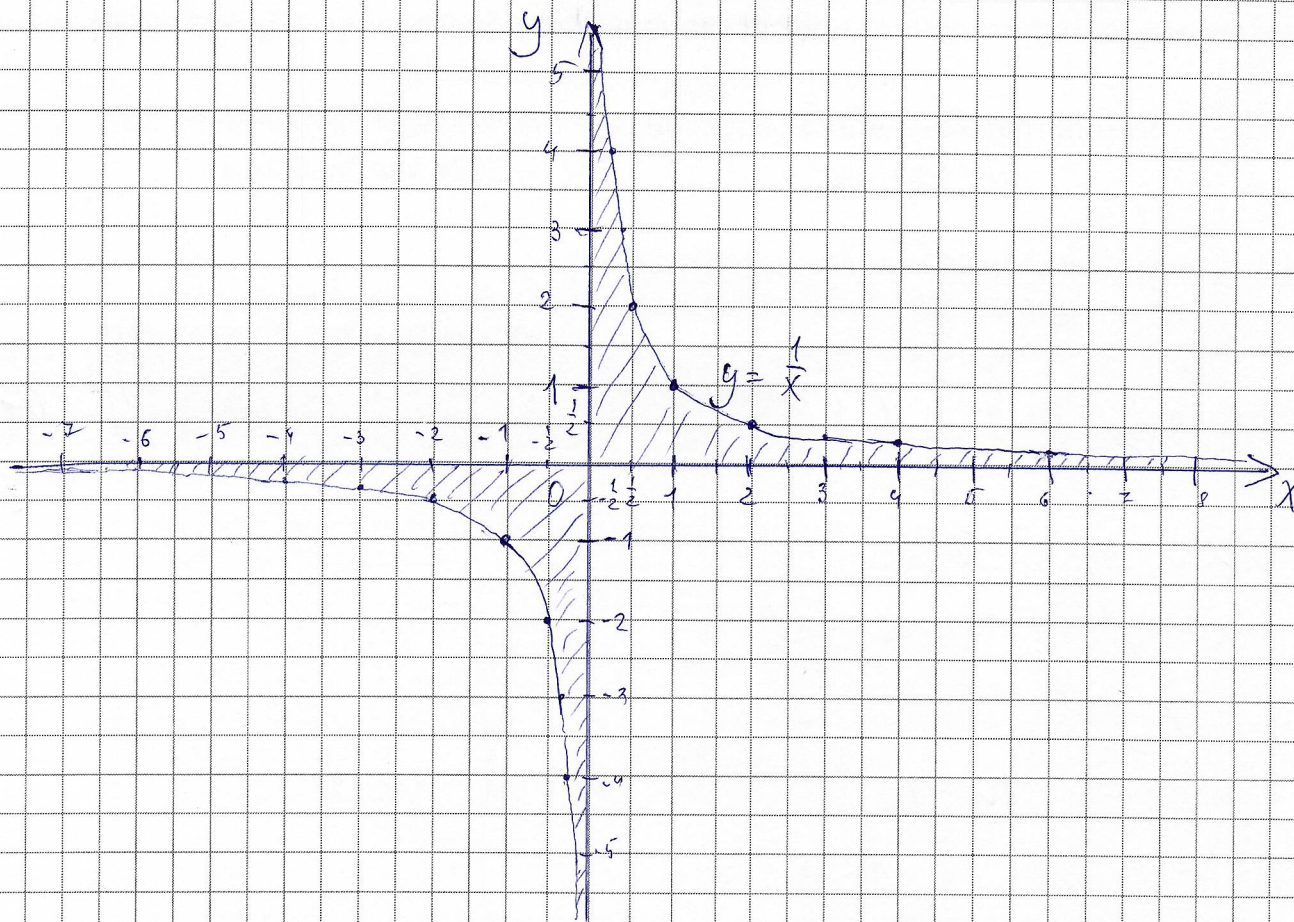
$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 29 = 435$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 29 + 30 = 465$$

Число записывается на 5, значит минимальное значение  $n = 29$

Ответ:  $n = 29$ .





Заштрихованная область, расположенная относительно осей координат и график  $y = \frac{1}{x}$  — это множество точек плоскости, удовлетворяющих неравенству  $\arcsin(xy) > 0$