1) $(19+1) \vdots 10$, но $20 : 2 = 10$ – чётное число

2) $(29+1) \vdots 10$, $30 : 2 = 15$ – нечётное число.

Проведём проверку.

$$\begin{array}{r} \times\ 15 \\ 29 \\ \hline +\ 135 \\ 30 \\ \hline 435 \end{array}$$

$$S_1 = \frac{(1+29)\cdot 29}{2} = 15 \cdot 29 = 435$$

$$S_2 = \frac{(1+30)\cdot 30}{2} = 31 \cdot 15 = 465$$

Ответ: $n_{min} = 29$.

2022: $|2022 - 0| = 2022$.

Предположим, что ~~max~~ max число > 2022, тогда $a < 0$, т.к. $2022 < |2022 - a|$ только ~~вслу~~ в случае замены знака „$-$" на „$+$". Но на доске записаны натуральные числа, ~~а модуль~~ т.е. средних нет тех, что меньше нуля, а модуль их разницы всегда будет равен разнице большего и меньшего числа и меньше ~~об~~ ~~нач~~ исходного уменьшаемого.

Ответ: 2022.

участка таким образом может будет разбито на от одного до нескольких ~~прям~~ прямоугольников (либо прямоуг. трапеций), включающих в себя целые участки и на дробные границы.

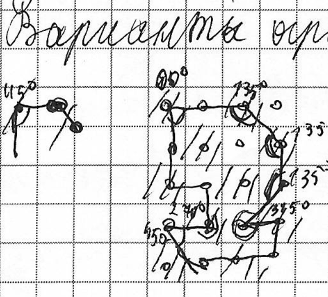
При условии, что обе ~~эти~~ стороны m' и ~~n'~~ - четная величина, то число О ~~ж~~ овса и пшеницы на „строчке" равно соответственно $О=\frac{m'}{2}$ и $П=\frac{m'}{2}$; $О=П$, значение n неважно.

Если одна сторона m' - нечетная, а другая n' - четная, то $О=\cancel{\frac{x}{2}+}\frac{(m-1)}{2}+1$; $П=\frac{(m-1)}{2}$; $О=П+1$.

Теперь рассмотрим границы. Для них работает то же чередование при правильной форме (в которой можно представить любую огороженную площадь), ~~за исключ~~ но ~~он~~ для ~~тер~~ третьего случая оно обратно, т.к. ~~прям~~ границы смещены на одну клетку, и тогда $О+1=П$, для первых же двух соотношение не меняется, и при смещении всех величин оказывается, что $О=П$.

Представление фигуры в виде прямоугольников и прямоугольных трапеций возможно, т.к. углы ограждения всегда делятся на 45°.

Варианты ограждений (фрагменты)



/// - первая культура

□ - вторая культура

По св. хорд

$SD \cdot DC = MD \cdot KD$

$MD = KD$, т.к. $\triangle MKC \sim \triangle ABC \Rightarrow CD$ - медиана

$SD \cdot DC = MD^2$

$SD \cdot DC = 1$

$SD = SC - (DC)$

$\cancel{(SC - DC) \cdot DC = 1}$

$\cancel{SC \cdot DC - DC^2 = 1}$

~~△ABS - равнобедр~~

$\angle ASB = MSK$ (вертикальные)

$\angle ASB + \angle BAS + \angle ABS = 180°$ (по св. △)

$\cancel{\angle ASB = 18}$

$\angle MSK + \angle MCK = \angle ASB + \angle BAS + \angle ABS = \cancel{180°}$

$\angle MCK = \angle BAS + \angle ABS$

$\cancel{\angle MCK =}$

$\angle MCK = \frac{180}{3} = 60° \Rightarrow \angle ACB = \cancel{80°}$

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача 1	Лист 1 / 1	Класс	11 М	Шифр	11 – 06

7б

Представим сумма натуральных чисел от 1 до n и от 1 до $n+1$ как суммы арифметических прогрессий вида $S_1 = \frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}$ и $S_2 = \frac{(a_1+a_{n+1})\cdot(n+1)}{2}$ соответственно, где $a_1 = 1$ - первый член прогрессии, а $a_n = a_1 + d(n-1) = n$, где n - ~~число~~ количество чисел, номер члена прогрессии и загаданное число, т.к $d=1$ и ~~количество ч~~ номер последнего члена прогрессии будет равн ~~ню~~ значению.

$S_2 - S_1 = \cancel{\frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}}$ $\left(\frac{(a_1+a_n+1)\cdot(n+1)}{2}\right) - \left(\frac{(a_1+n)\cdot n}{2}\right) = n+1$, ~~что~~ т.е. суммы отличаются на число $(n+1)$. Т.к. обе суммы оканчиваются на цифру 5, и счет идет в десятичной системе, то у числа $(n+1)$ разряд единиц должен быть равен нулю, т.е. $(n+1) \vdots 10$. ~~Однако т.к.~~

~~n - 1~~ Т.е n-нечетное. Т.к. ~~5 при~~ произведение 5 и какого-либо числа b оканчивается на $\overline{x5}$, только если b нечетное, то $\frac{(n+1)}{2}$ - нечетна. Следовательно,

$$\begin{cases} (n+1) \vdots 10 \\ \frac{(n+1)}{2} - \text{нечетное} \end{cases}$$

Поскольку известно, что n - двузначное, то
т.к. n оканчивается на 9, ведь $1+9=10$
оно входит в ряд чисел: 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 99.

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача 2	Лист 1 / 1	Класс	11 М	Шифр	11 – 06

5Б

Каждый ход в результате замены a и b на $|a-b|$ количество чисел на доске сокращается на единицу. Таким образом, ~~к началу~~ после 2021 хода (на начало 2022) останется одно число, по условиям - наибольшее.

Поскольку разность $|a-b|$ берется по модулю и всегда положительна, то ~~значение~~ суммарное значение чисел на доске будет неуклонно уменьшаться. Т.е. на начало 2021 хода на доске должны остаться числа 2022 (так как оно наибольшее) и некое число a, минимально возможное.

Предположим, что ~~оно равн~~ $a = 0$, тогда для его получения необходимы числа $\{d, b, b+d\}$, которые могут быть как сохранены из исходной комбинации (например $\{1, 2, 3\}$), так и получены в ходе операций (например $\{|7-5| = 2, |36-40| = 4, |50-44| = 6\}$). Тогда необходимы следующие операции.

2019 ход: 2022, d, b, $b+d$

2020 ход: 2022, d, $|b-(b+d)| = d$

2021 ход: 2022, $|d-d| = 0$

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

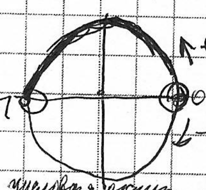
Укажите номер листа и общее число листов **отдельно для каждой задачи**

«шифр» участниками не заполняются

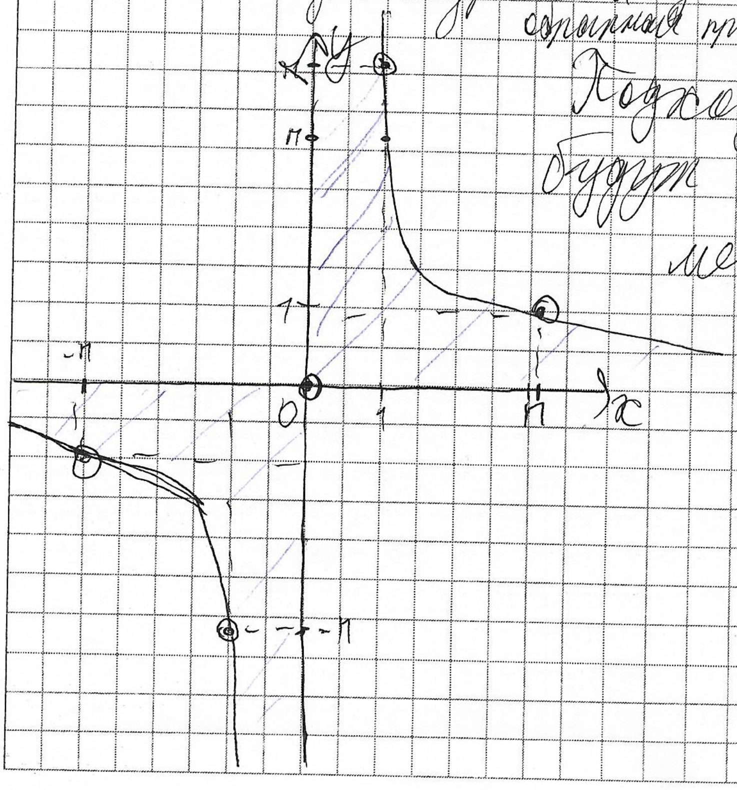
Задача 3	**Лист** 1 / 1	**Класс**	11 М	**Шифр**	11 – 06

1б

$\arcsin(xy)>0$, где x и y - некие числа, координаты точки. $\arcsin\alpha$ (где α - ~~произвольный угол~~ произвольный угол) представляет собой часть дуги окружности, чья градусная мера равна углу α, ~~причем т.к. $|\sin\alpha|<1$, то xy~~ и эта длина представлена частью окружности 2π. $\arcsin\alpha>0$ на участке $(0;\pi)$ => $xy \in (0;\cancel{2}\pi)$, т.е. $xy<\pi$.



Отсюда $y < \frac{\pi}{x}$ при $x>0$ и $y > \frac{\pi}{x}$ при $x<0$, но т.к. $xy>0$, то их знаки должны ~~бы~~ совпадать. Начертим график для уравнения $y = \frac{\pi}{x}$, график - гипербола (обратная пропорциональность).



Подходить условию равенства будут те точки, которые лежат между ~~ни~~ ветвями гиперболы и координатными осями (заштрихованная область).

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов **отдельно для каждой задачи**

«шифр» участниками не заполняются

Задача 4	**Лист** 1 / 1	**Класс**	11М	**Шифр**	11 – 06

7б

Так как поле имеет площадь m·n, а участки 1·1, то всего есть m·n участков. Т.к. одна и та же культура соседствует с собой только по углам, то на поле происходит чередование, аналогичное чередованию белых и черных клеток на шахматной доске. Поскольку колышки ~~вбиваются~~ вбиты в центры участков и соединение идет по ним, то Анатолий Аркадьевич не может оградить крайние ряды целиком, а m'·n'+(площадь огороженного участка) < m·n. Доски, положенные ~~горизон~~ или параллельно границам участков либо идущие ровно ~~на~~ через углы ( ) одной доской отсекают в первом случае чередование половины участков О(овса) и П(пшеницы)).

Т.к. доски лежат либо параллельно границам поля, либо под углом 45°, то ~~отсекают мы~~ в площадь огороженного участка будут входить целые участки какого-то числа и части участков 4, причём ~~наименьший участок~~ фрагменты могут быть величиной от $\frac{1}{8}$ участка до $\frac{7}{8}$. Площадь отгороженного

Министерство образования Приморского края Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов **отдельно для каждой задачи**

«шифр» участниками не заполняются

Задача 5	**Лист** 1 / 1	**Класс**	11М	**Шифр**	11 – 06

2б

Дано:

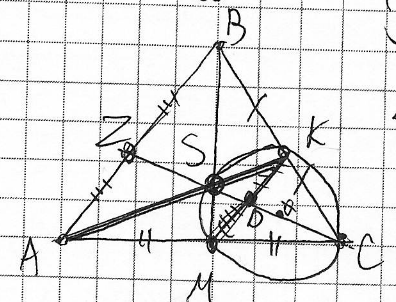
S, K, M, C ∈ окр ~~Ох~~ SKM

AB = 2

AK и BM – медианы

CZ – ? медиана

Решение



Рассмотрим в треугольник △MKC, описанной вокруг ...

$$\left.\begin{aligned} KC &= \tfrac{1}{2} BC \\ MC &= \tfrac{1}{2} AC \\ \angle MCK &= \angle BCA \end{aligned}\right\} \Rightarrow \triangle MKC \sim \triangle ABC$$ (по двум сторонам и углу между ними)

$\Rightarrow MK = \frac{1}{2} AB$

MK = 1.

~~Рассмотрим △MDC и △KDC~~

~~MD = KD~~

~~DC – общая сторона~~

Т. к. △MKC – часть △ABC и подобен ему, а BM и AK – медианы (по условию), то MK является средней линией △ABC

Рассмотрим описанный в окружность четырехугольник SMCK

$$\left.\begin{aligned} &\angle SMC + \angle SKC = 180^\circ \\ &\angle MSK + \angle MCK = 180^\circ \end{aligned}\right\}$$ по св. описанных четырехугольников